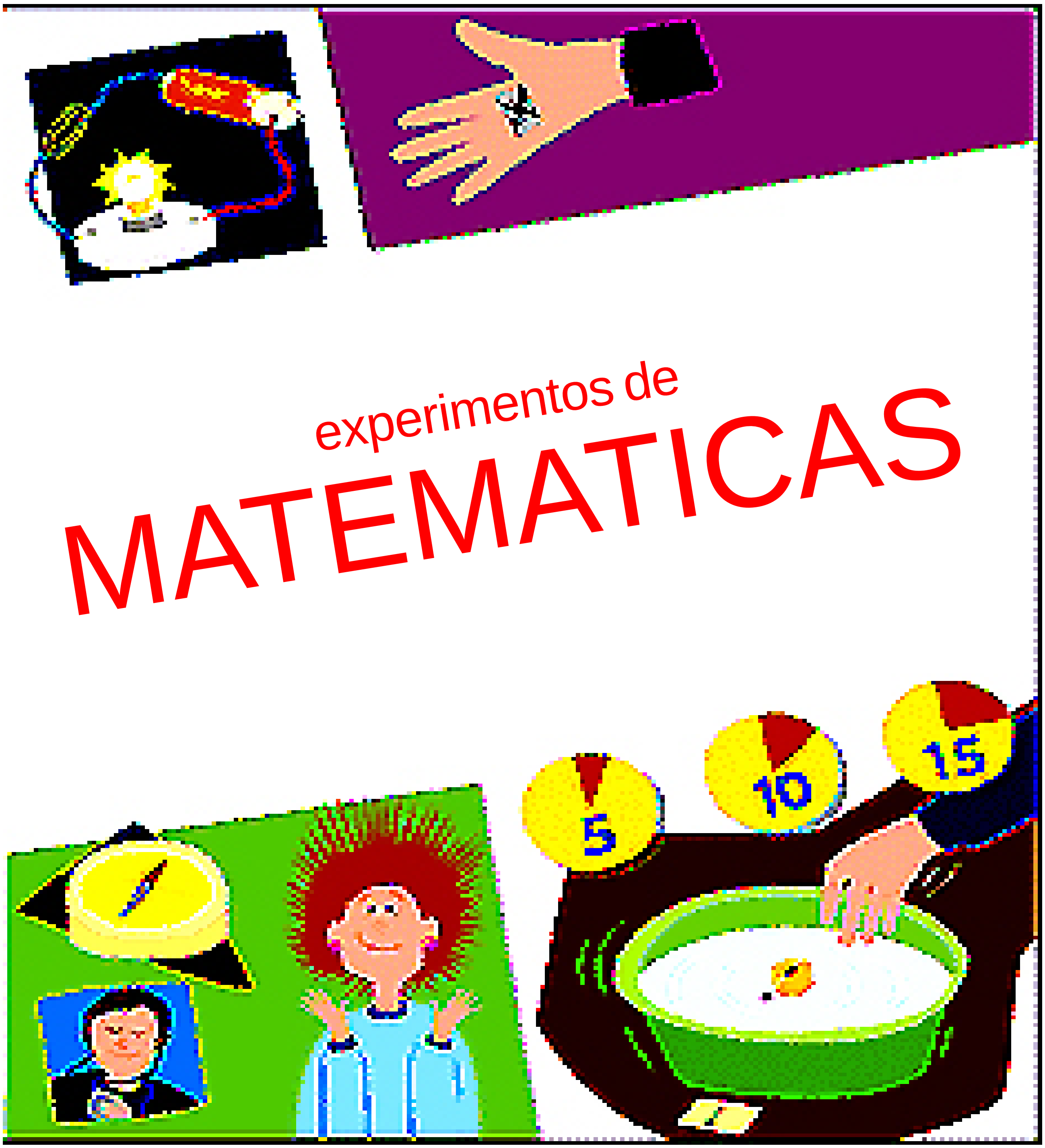
CAPITULO 4



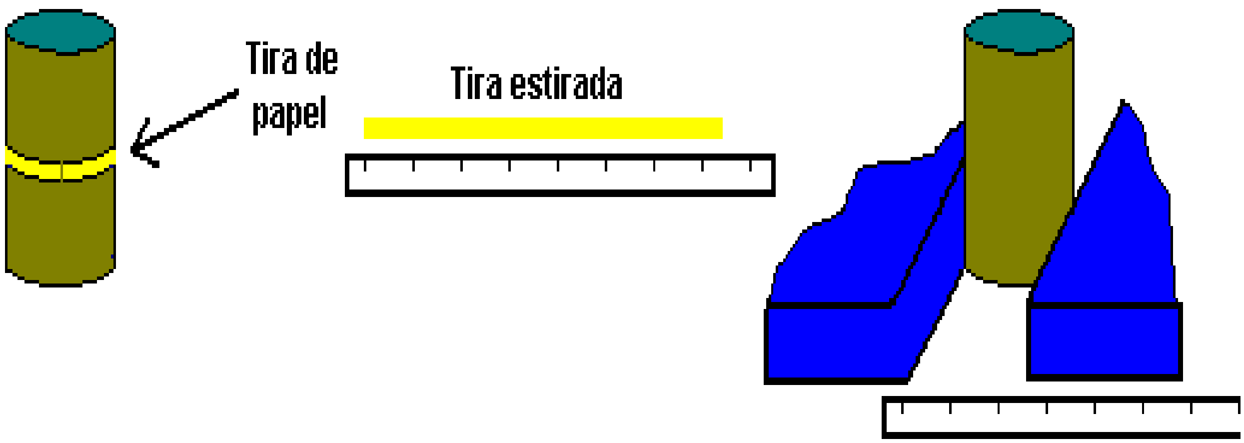
COMO MEDIR EL NUMERO π

Material Necesario

Una tira de papel, una regla, un objeto cilíndrico, por ejemplo, una lata de refresco.

Método

- Rodea la lata con la tira de papel y corta lo que te sobre o haz una marca en la tira.
- Sitúa la tira sobre una superficie horizontal y mide su longitud o hasta la marca si decidiste no cortar la tira.
- Mide el diámetro de la lata. Puedes situarla entre dos objetos y luego medir la distancia entre ellos.
- El cociente entre las dos medidas es el número π (pi).



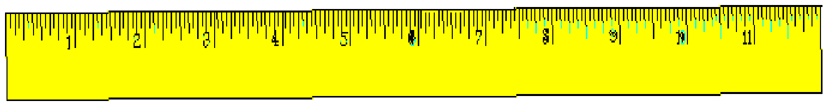
Explicación

La relación entre la longitud de una circunferencia de radio r ($2\pi r$) y su diametro ($2r$) es π

$$\pi = \frac{\text{longitud}}{\text{diámetro}} = \frac{2\pi r}{2r}$$

COMO MEDIR LA ALTURA DE UN ARBOL

usando solo una regla



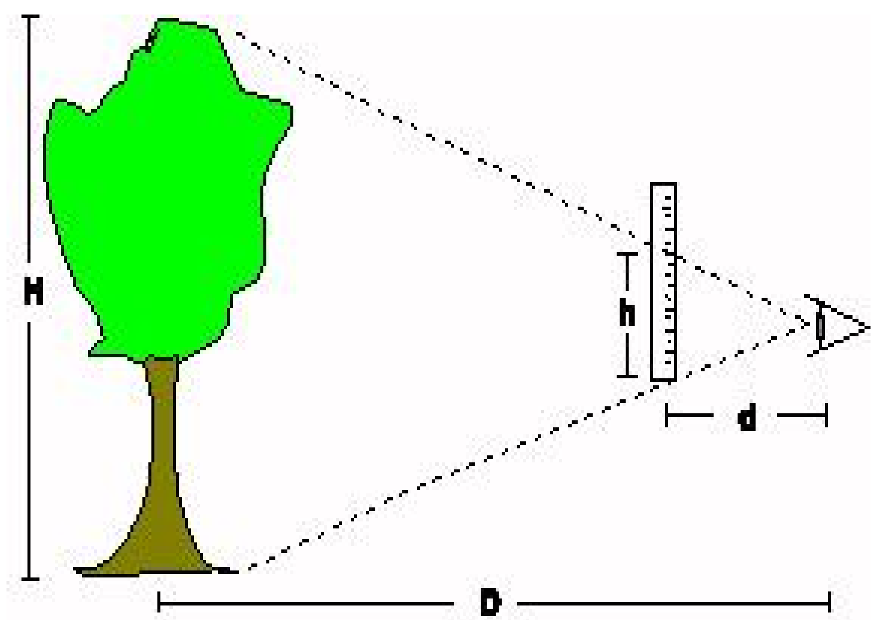
Con la ayuda de las matemáticas y mediante un procedimie to realmente sencillo, es fácil medir la altura de un arbol usando solo una regla.

PROCEDIMIENTO

Medir la altura de un arbol, un edificio o cualquier otro objeto es relativamente sencillo si se dispone de una regla. El procedimiento es el siguiente

- Colocarse a una distancia conocida del objeto cuya altura H se quiere medir, en este caso el arbol. Llamamos D a esa distancia.
- Extender el brazo mientras se sostiene una regla verticalmente a la altura de los ojos. Llamamos d a la distancia entre la mano y el ojo.
- Cerrar uno de los ojos y con el restante determinar a cuantos centímetros de la regla corresponde la altura del arbol. A esa longitud medida en la regla la denominamos h.
- Por semejanza de triángulos se obtiene que H/h = D/d. De esta relación se obtiene que la altura del arbol es:

$$H = h.(D/d)$$

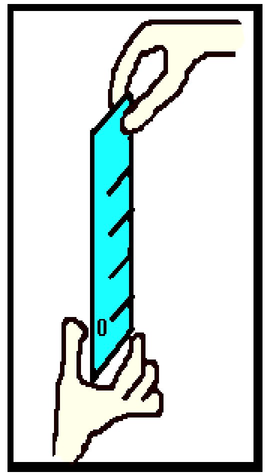


EJEMPLO

Como ejemplo supongamos que la distancia que nos separa del arbol es de 50 metros, que nuestro brazo extendido mide 60cm (0.6m) y que en la regla vimos que la altura relativa del arbol es de 20cm (0.2m), por lo tanto la altura real del arbol será

$$H = (0.2 \times 50/0.6)m = 16.6m$$

Mide tu tiempo de reacción



Material necesario

Una regla de unos 50 cm

Procedimiento

Pide a un amigo que sostenga una regla tal como se indica en la figura y que la deje caer sin avisarte.

Sitúa tus dedos sobre el cero y cuando veas que la suelta, cierra los dedos sobre ella.

Anota la distancia que ha caído la regla. Vendrá indicada por la división que se encuentre debajo de tus dedos.

Repítelo varias veces hasta que obtengas valores similares

Explicación

La distancia que ha caído la regla depende de tu tiempo de reacción.

Si no se tiene en cuenta el rozamiento con el aire, un cuerpo que cae libremente, partiendo del reposo, recorre una distancia vertical que viene dada por :

d : distancia recorrida

g : aceleración de la gravedad (9,8 m/s^2)

t : tiempo que dura la caída

$$\boxed{d = \frac{1}{2} g t^2}$$

Despejando de la expresión anterior, el tiempo de reacción será :

$$\boxed{t = \sqrt{2\frac{d}{g}}}$$

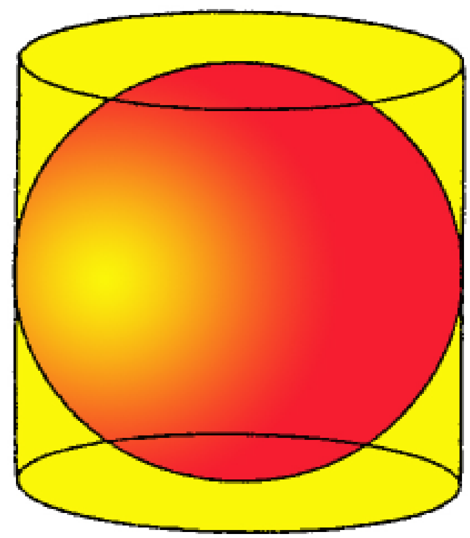
si se expresa la distancia (d) en centímetros y se tiene en cuenta que la aceleración de la gravedad (g) vale 980 cm/s^2 El tiempo de reacción expresado en segundos será :

$$\boxed{t = 0{,}045\sqrt{d}}$$

En la tabla aparecen algunos ejemplos de tiempos de reacción según la distancia recorrida por la regla

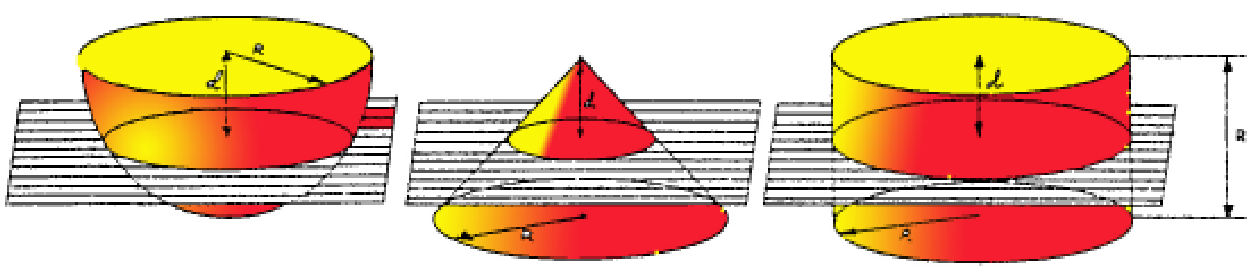
Distancia Recorrida (cm)	Tiempo de Reacción (s)
5	0,10
10	0,14
15	0,18
20	0,20
25	0,23
30	0,25

ARQUÍMEDES Y EL VOLUMEN DE LA ESFERA



Muchos conocen al sabio Arquímedes, especialmente por las palancas. El cálculo del volumen de la esfera fue uno de los descubrimientos que Arquímedes más estimaba de todos los que hizo en su vida. Llegó a demostrar de un modo muy original que el volumen de la esfera es igual a dos tercios del volumen del cilindro circular circunscrito a ella. Tanto le impresionó esto a él mismo (tal vez porque en ese entonces se hablaba de los cuerpos perfectos) que mandó que en su tumba se grabase esta figura en recuerdo de la mejor de sus ideas. Veamos cómo llegó a este interesante descubrimiento. Arquímedes se imaginó una semiesfera y junto a ella un cilindro circular recto y un cono recto, ambos de base igual a un círculo máximo de la semiesfera. Algo parecido al dibujo que te mostramos en la figura del lado.

Veamos cómo llegó a este interesante descubrimiento. Arquímedes se imaginó una semiesfera y junto a ella un cilindro circular recto y un cono recto, ambos de base igual a un círculo máximo de la semiesfera. Algo parecido al dibujo que te mostramos en la figura de abajo.



Arquímedes cortó las tres figuras por un plano paralelo a la base del cilindro y el cono y se preguntó cómo serían las secciones determinadas por este plano en cilindro, semiesfera y cono.

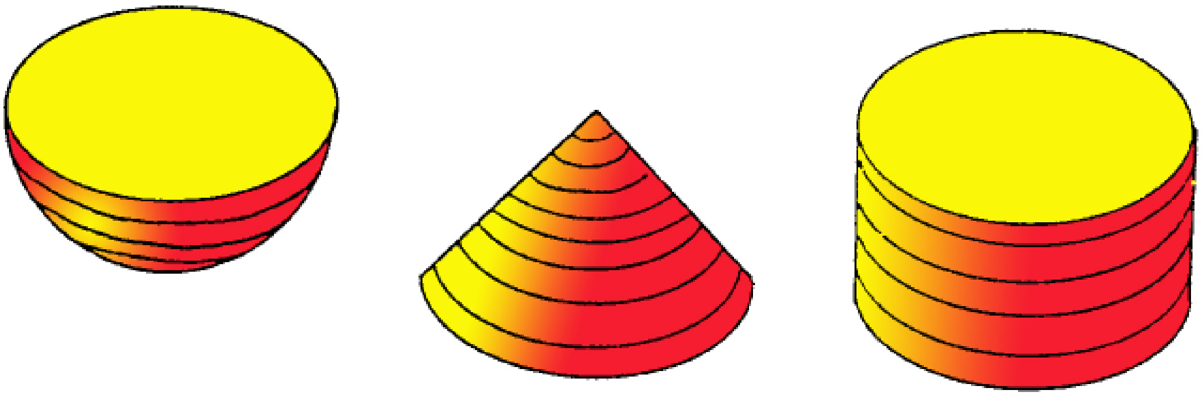
En el cilindro se obtiene un círculo de radio R (no olvides que el radio es la mitad del diámetro d). En la esfera también será un círculo, pero su radio dependerá de la distancia d. Mirando la figura siguiente y acordándote del teorema de Pitágoras, fácilmente puedes escribir que si el radio de la sección es r, entonces:

$$r^2 + d^2 = R^2$$

Como el radio de apertura del cono es de 45º, resulta que el radio es d. Así:

Sección cilindro $=\pi R^2 = \pi (r^2 + d^2) = \pi r^2 + \pi d^2$ =Sección semiesfera + Sección cono

Las secciones son como rebanadas de las tres figuras obtenidas cortando paralelamente a la base del cilindro. Resulta que, colocando las tres figuras como las hemos puesto y cortándolas en rebanadas finas tendremos:



Rebanada en cilindro a altura d = Rebanada en semiesfera + Rebanada en cono. Si para cada altura d se tiene esta relación, parece bastante claro que

Volumen cilindro = Volumen semiesfera + Volumen cono

Pero, como Arquímedes muy bien sabía,

Volumen cilindro= πR^3;

Volumen cono= $\pi R^3/3$ y así resultaba

Volumen semiesfera = $\pi R^3/3$ y Volumen esfera = $4\pi R^3/3$.

Cuando Cicerón fue nombrado cuestor en Sicilia (75a. de C.), descubrió, gracias a la inscripción que Arquímedes había mandado grabar, la tumba de este gran sabio de la antiguedad que sus paisanos de Siracusa habían perdido de vista. Cicerón la restauró, pero más tarde se volvió a perder. Hace unos pocos años se encontraron dos tumbas que se disputan la autenticidad... La esfera puede considerarse como compuesta por un montón de pirámides de vértice el centro de la esfera y base de área muy pequeña S sobre la esfera. Esto da una idea de lo que puede valer el área de la superficie esférica. El volumen de la esfera es $4PR^3/3$.

El de cada pirámide será RS/3 (pues la altura de cada pirámide es R). Sumando todas las pirámides y sacando R/3 factor común resulta

$4PR^3/3$ = Volumen esfera = Suma volúmenes pirámides = Area esfera x R/3 y así

Area esfera = $4\pi R^2$

La aguja de Buffon

Georges Louis Leclerc(1707-88), Conde de Buffon fue un celebre naturalista francés autor de una monumental Historia Natural en 44 tomos que recopilaba el conocimiento científico con un fin eminentemente divulgativo. Hoy en dia su nombre aparece muchas veces asociado a un problema denominado “La aguja de Buffon” que relaciona el número pi con el lanzamiento de una aguja sobre una superficie rayada.

Buffon demostro que si lanzamos, al azar, una aguja de longitud L sobre una superficie en la que hay dibujadas líneas paralelas separadas una distancia D, la probabilidad de que la aguja corte a una línea es:

$$\frac{L \cdot \pi}{D \cdot 2}$$

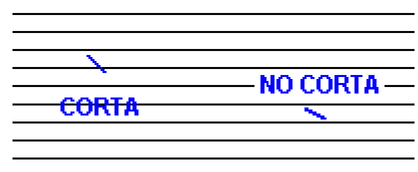
MATERIALES

Una superficie con líneas paral equidistantes o un suelo embaldosado)

Una aguja, palillo u objeto similar, de longitud menor o igual a la distancia entre líneas (Para simplificar es conveniente que la distancia entre dos rayas coincida con la longitud de la aguja)

Lápiz

Cuaderno de Anotaciones



PROCEDIMIENTO

Deja caer, de la forma más aleatoria posible, la aguja sobre la superficie. Anota el número de tiradas y el número de veces que la aguja corta a una línea. El cociente entre el número total de tiradas y el número de veces que la aguja corta a una línea tiende a pi/2 (se parecerá tanto más cuanto mayor sea el número de tiradas)

Deja caer, de la forma más aleatoria posible, la aguja sobre la superficie. Anota el número de tiradas y el número de veces que la aguja corta a una línea. El cociente entre el número total de tiradas y el número de veces que la aguja corta a una línea tiende a pi/2 (se parecerá tanto más cuanto mayor sea el número de tiradas)

$$\pi = \frac{2 \cdot \text{nº de tiradas}}{\text{nº de veces que la aguja corta a una línea}}$$

Si la aguja tiene una longitud (L) menor que la distancia entre dos líneas (D) :

$$\pi = \frac{2 \cdot \text{nº de tiradas} \cdot D}{\text{nº de veces que la aguja corta a una línea} \cdot L}$$